

Barlangtani Intézet

D - 1986 - E/7.

Könyvtára

Dr. Veress Márton - Dr. Péntek Kálmán

KISÉRLET NÉHÁNY BAKONYI KARSZTOS TERÜLET MATEMATIKAI  
MODELEKKEL TÖRTÉNŐ LEIRÁSÁRA

/1986. évi Cholnoky-pályázatra/  
/1987./

Iratgyűjtő



DR. VERESS MÁRTON - DR. PÉNTEK KÁLMÁN  
KISÉRLET NÉHÁNY BAKONYI KARSZTOS TERÜLET MATEMATIKAI  
MODELEKKEL TÜRTEÑO LEIRÁSÁRA

I. Bevezetés:

A természettudományok különböző területein az utóbbi évtizedekben rohamosan elterjedt a matematikai apparátus használata. A problémák matematikai megközelítései általában garanciául szolgálnak az események, jelenségek egzakt megközelítésére. Kétségtelen, hogy a földtudományokban is szaporodnak az ilyen jellegű kísérletek, mégis más természettudományokhoz képest a földrajz, geológia területén a "matematizálás" jóval alacsonyabb szintű, mint például a fizika, kémia, vagy akár a biológia területén. Ennek oka, hogy ezen tudományterületeken az általánosítás nem vagy csak nagyon nehezen végezhető el olyan szintig, hogy az lehetővé tenné a matematikai megköze-

litést.

Ebben a munkában e folyóirat hasábjain elsőként egy olyan eljárást ismertetünk, amelynek segítségével függvénykapcsolatokkal és azok görbéivel jellemezhető egy-egy forma, ill. egy-egy terület formakincse.

Ismereteink szerint a formakincs függvényjellegű megragadására a geomorfológiában eddig nem történtek kísérletek.

## II. Kísérlet a formakincs matematikai megközelítésére:

### 1. Függvénykapcsolat egy terület formakincséről a részletes domborzatrajzi térképek felhasználásával:

Adott formakincset a szintvonalas térkép annál pontosabban írja le, minél részletesebb a felmérés, ill. minél nagyobb méretarányu az azt ábrázoló térkép.

A vizválasztó, ill. vízgyűjtő idomokat egyre kisebb, ill. egyre nagyobb területeket közrezáró szintvonalak határolnak a tengerszinttől, vagy az idom kezdetétől számítva.

Ennek figyelembevételével olyan függvénykapcsolatot tételezünk fel vizválasztó idomok, ill. vízgyűjtő idomok esetében, ahol a független változó a magasság /vizválasztó idom/, ill. a mélység /vízgyűjtő idom/, a függő változó a megfelelő magassághoz, ill. mélységhez tartozó szintvonalak által közrezárt terület.

A fentiekből következik, hogy a formakincs függvénynel történő megközelítésére akkor van lehetőség, ha a formát azok a szintvonalak, amelyek által körülhatárolt területet meghatározzuk egyértelműen leírják, tehát lokálisan záródnak.

Ennek a feltételnek maradéktalanul a vizválasztó

idomok közül a hegy, a vízgyűjtő idomok közül a lefolyástalan mélyedések felelnek meg.

A felszíni karsztos formák /viznyelő, dolina/ ilyen lefolyástalan mélyedések. Ezért itt a felszíni karsztos formakincset vesszük vizsgálat alá.

Ehhez önkényesen kiválasztott karsztos területről részletes, nagy méretarányos /1:250, ill. 1:500/ domborzatrajzi térképet készítünk helyi rendszerben /11. ábra/. A domborzatrajzi térképen a szintvonalakat lehetőleg olyan sűrűséggel szerkesztjük ki, hogy azok között a magasságkülönbség 0,5 m legyen. Kivánatos lenne a szintvonalakat nagyobb sűrűséggel kiszerezni, azonban ennek feltétele, hogy az 1:250 méretarányánál nagyobb méretarányú térképek készüljenek. Az ilyen nagy méretarányú térképek már nagyon nehezen használhatók. A mélyedésforma pontosabb megközelítésének más, nem térképes útja is lehetséges, ahol a terepi felvételezésnél a mélyedést határoló szintvonalat és az inflexió pontot kell nagy pontossággal meghatározni. Ezen eljárás ismertetésétől eltekintünk, tekintettel arra, hogy az ilyen irányú munkálatok még kezdeti stádiumban vannak.

Az itt vizsgált területek egyikénél /Ménesakol-árok/ a szintvonalak csak 2 m-ként kerültek kiszerezésre. Ennek oka, hogy a terep erőteljes fedettsége miatt a felmérési pontok sűrűségének növelése nem volt megoldható. Ugyanakkor az innen készült térkép jobban használható a forgalomban lévő

térképeknél, mivel a méretaránya még mindig jóval nagyobb, mint utóbbinak.

A lejtős térszínen kialakult különböző tengerszintfeletti magasságú mélyedéseket leíró szintvonalak különböző abszolút értékűek. Ennek kiküszöbölésére függőleges eltolásokkal a karsztos mélyedéseket transzformáljuk egy ún. redukált 0 szintre /1. ábra/.

Ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy az egyes karsztos mélyedések határát adó szintvonalak 0 m. értéket kapnak. Minden egyes karsztos mélyedés összes szintvonalát ehhez a határoló szintvonalhoz képest relatív értékben adjuk meg.

Adott terület összes karsztos mélyedésének az azonos relatív értékű szintvonalai által meghatározott területek összegét számítjuk. Függvény-kapcsolatot keresünk a szintvonalak  $\{x_i\}_{i=1}^{\infty}$  relatív mélysége és a lokálisan záródó szintvonalak által körülhatárolt  $\{T(x_i)\}_{i=1}^{\infty}$  összterületek között.

## 2. Az $x \mapsto T(x)$ függvény vizsgálata

Célunk az, hogy olyan megközelítő, analitikusan könnyen kezelhető függvényt találjunk, amelynek paraméterei szemléletes geomorfológiai információkat hordoznak, s függvény görbéje kicsi szórással illeszkedik az  $\{(x_i, T(x_i))\}_{i=1}^{\infty}$  pontokhoz.

Ábrázoljuk ezért az azonos értékű záródó szintvonalak által körülhatárolt  $T$  összterületet, mint a redukált 0-szinthez viszonyított  $x$  mélység függvényét az  $\{x_i\}_{i=1}^{\infty}$  pontokban méréssel meghatározott  $\{T(x_i)\}_{i=1}^{\infty}$  értékekkel /2. ábra/. Tapasztá-

lataink szerint a kapott pontok elhelyezkedése exponenciálisan csökkenő jellegűt mutat minden megvizsgált területen, ezért az  $x \mapsto T(x)$  ( $0 \leq x \leq h$ ) függvény explicit alakját

$$(1) \quad T: x \mapsto \lambda \cdot e^{\mu x} \quad (0 \leq x \leq h)$$

alakban keressük, ahol  $h$  jelenti a karsztos mélyedés maximális mélységét a redukált 0-szinthez képest. A  $\lambda$  és  $\mu$  paraméterek meghatározása érdekében képezzük a  $T(x) = \lambda \cdot e^{\mu x}$  összefüggés mindkét oldalának természetes alapú logaritmusát! Így az

$$(2) \quad \ln T(x) = \mu \cdot x + \ln \lambda$$

összefüggéshez jutunk, amiből látható, hogy  $\ln T(x)$  az  $x$  mélység lineáris függvénye. A  $\mu$  és  $\ln \lambda$  értékét a legkisebb négyzetek módszerével határozzuk meg, hiszen feltételezhetjük, hogy az egyes  $x$  mélységekben a  $T(x)$ , illetve  $\ln T(x)$  meghatározásában adódó mérési hibák szórása egyenlő.

Ekkor a Gauss-Markov-tétel szerint a  $\mu$  és  $\ln \lambda$  paraméterek legkisebb négyzetek módszerével adódó becslései a szóbjövő lineáris becslések között a legkisebb szórásúak.

A konkrét felmérésekből kapott adatok és számítások alapján adódó

$$(3) \quad \left[ \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln T(x_i) - \mu \cdot x_i - \ln \lambda)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

kvadratikuss középhiba hozzávetőlegesen 10 %-os, ami a rendelkezésre álló kevés számú illesztési pontra való tekin-

tettel elfogadható pontosságúnak mondható.

Vizsgáljuk meg a függvényben szereplő  $\lambda$  és  $\mu$  paraméterek geomorfológiai jelentését!

Mivel  $T(0) = \lambda \cdot e^{\mu \cdot 0} = \lambda$ , így  $\lambda$  megadja a redukált 0-szinten mérhető záródó szintvonalak által körülhatárolt összterület számértékét.

A  $\mu$  paraméter jelentésének meghatározásához tekintsünk két olyan fiktív területet, ahol a  $\lambda$  értéke egyenlő. Mivel  $x > 0$  mellett  $\mu_2 < \mu_1 (< 0)$  összefüggésből  $\lambda e^{\mu_2 x} < \lambda e^{\mu_1 x}$  következik, ezért a  $\mu_1$  paraméterű terület karsztos mélyedései átlagosan meredekebb falúak, mint a  $\mu_2$  paraméterű területen, hiszen az utóbbi esetben azonos  $x$  mélységben kisebb a körülhatárolt  $T(x)$  terület. Összegezve tehát: minél kisebb  $\mu$  /azaz minél nagyobb negatív érték/, annál kisebb a terület karsztos mélyedéseinek átlagos lejtése /3. ábra/.

### 3. Az $x \mapsto \kappa(x)$ függvény

Alkalmazzuk fenti eljárásunkat egyetlen karsztos mélyedésre! A Cavalieri-elvet felhasználva hajtsunk végre olyan térfogattartó topológikus transzformációt a karsztos mélyedésen, hogy a kapott alakzat forgás szimmetrikus legyen, s bármely  $0 \leq x \leq L$  mélységben az eredeti és a transzformált alakzatnál  $T(x)$  értéke azonos legyen! /4. ábra/

A fenti eljárással nyert alakzatot ideális karsztos mélyedésnek nevezzük, azt az  $x \mapsto \kappa(x)$  függvényt pedig, amely görbéjének  $x$ -tengely körüli megforgatásával megkapjuk az ideális karsztos mélyedést, a szóbanforgó kiindulá-

si karsztos mélyedés karakterisztikus függvényének hívjuk. Azon a szakaszon, ahol az  $x \mapsto T(x)$  függvény illesztése a mérési pontokhoz jó, ott a karakterisztikus függvény explicit alakja egyszerűen meghatározható. Származtatása folytán ugyanis érvényes jó közelítéssel egy  $0 \leq x \leq x_0 (< l)$  intervallumon a

$$(4) \quad T(x) = \kappa^2(x) \cdot \pi$$

összefüggés, ahonnan  $T(x) = \lambda \cdot e^{\mu \cdot x}$  felhasználásával az alábbi kaphatjuk:

$$(5) \quad \kappa(x) = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \cdot e^{\frac{\mu}{2} \cdot x} \quad 0 \leq x \leq x_0 (< l)$$

A valóságos formával jó megegyezésben közelítsük meg  $x \mapsto \kappa(x)$  görbét az  $x_0 \leq x \leq l$  intervallumban parabola ívvel, amelynek csúcspontja az ideális karsztos mélyedés legmélyebb pontjával esik egybe, s az  $x_0$  pontban "törés" nélkül illeszkedik az imént meghatározott görbedarabhoz. E feltételeknek megfelelő parabola ívet leíró összefüggés

$$(6) \quad \varphi(x) = \alpha \cdot (l - x)^{\frac{1}{2}} \quad x_0 \leq x \leq l$$

alakú, s az illesztés feltételei szerint érvényesek

$$\kappa(x_0) = \varphi(x_0) \quad \text{és} \quad \kappa'(x_0) = \varphi'(x_0) \quad , \quad \text{azaz}$$

$$(7) \quad \begin{aligned} a) \quad & \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \cdot e^{\frac{\mu}{2} x_0} = \alpha \cdot (l - x_0)^{\frac{1}{2}} \quad \text{és} \\ b) \quad & \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \cdot \frac{\mu}{2} \cdot e^{\frac{\mu}{2} x_0} = -\frac{\alpha}{2} \cdot (l - x_0)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$



Most az a/ összefüggés és a b/ összefüggés hányadosát képezve

$$(8) \quad -\frac{1}{\mu} = h - x_0$$

adódik, ahonnan pedig:

$$(9) \quad x_0 = h + \frac{1}{\mu} \quad ; \quad \alpha = \left[ -\frac{\lambda \cdot \mu}{\pi} \cdot e^{\mu \cdot h + 1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Az ideális karsztos mélyedést leíró karakterisztikus függvény alakja tehát:

$$(10) \quad \kappa(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} \cdot e^{\frac{\mu}{2} \cdot x} & \Leftrightarrow 0 \leq x \leq x_0 \\ \left[ -\frac{\lambda \mu}{\pi} \cdot e^{\mu \cdot h + 1} \cdot (h-x) \right]^{\frac{1}{2}} & \Leftrightarrow x_0 \leq x \leq h \end{cases}$$

grafikus képe pedig az 5. ábrán látható, ahol az  $\int(x_0, \kappa(x_0))$  pontot a karakterisztikus függvény inflexió pontjának nevezük.

#### 4. A $h \mapsto \mu(h)$ függvény

Tekintsünk egy karsztos térszint, amely geomorfológiai paramétereinek alapján egy egységet alkot, mérjük fel az ismertett eljárással minden egyes karsztos mélyedését külön-külön, s vizsgáljuk az egyes mélyedésekhez tartozó  $x \mapsto T(x)$  függvény  $\mu$  paraméterét, mint a  $h$  maximális mélységük függvényét!

/II. táblázat/

Ábrázolva  $m$  számú mélyedés esetén a  $\{(h_j, \mu(h_j))\}_{j=1}^m$  pontokat, azt tapasztaljuk, hogy első megközelítésben azok egy hiperbola iv mentén helyezkednek el /6. ábra/.

Vegyük észre, hogy további okoskodásunk szempontjából az olyan területet tekinthetjük szerencsésnek, ahol nagy számú karsztos mélyedést találunk, továbbá a  $h$  értékek nagyjából egyenletesen oszlanak el a  $0 \leq h \leq h_{\max}$  intervallumban, itt  $h_{\max}$  jelenti a vizsgált terület legmélyebb alakzatának mélységét.

Tekintettel a fentiekre, keressük a  $h \mapsto \mu(h)$   $0 \leq h \leq h_{\max}$  függvényt

$$(11) \quad h \mapsto C \cdot h^\beta$$

alakban, ahol  $C < 0$  és  $\beta < 0$  alkalmas állandók. Feltételezve, hogy a rendelkezésre álló adatokban a mérési hibák egyenlő szórásúak, alkalmazzuk ismét a legkisebb négyzetek módszerét a  $C$  és  $\beta$  meghatározásához.

A  $h \mapsto \mu(h)$  explicit alakja azt fejezi ki, hogy a nagyobb mélységű karsztos mélyedések átlagos lejtése is nagyobb, mint a kis mélységű alakzatoké a vizsgált területen.

Tételezzük fel a továbbiakban, hogy a geomorfológiai jegyek alapján egy egységbe tartozó mélyedések esetén az alakzat mélysége az idő monoton növekvő függvénye /tehát a mélyebb alakzat az idősebb/, így tehát azt mondhatjuk, hogy ugyanannak a karsztos fejlődésnek "élnek" együtt különböző fázisai, megjelenve a különböző mélységű, tehát különböző fejlettségi szintet elért mélyedésekben.

Adott időintervallumban stabil fejlődési paramétereket feltételezve ez a gondolat szemléletesen azt jelenti, hogy az adott karsztos mélyedést reprezentáló  $(h, \mu(h))$  pont a

$h \mapsto \mu(h)$  függvény görbéje mentén vándorol "balról jobbra". Azonos  $C < 0$  paraméterrel rendelkező fiktív területeket véve a  $\beta < 0$  paraméter különböző értékeinek megfelelően három esetet különböztethetünk meg:

1.  $-1 < \beta < 0$  , 2.  $\beta < -1$  , 3.  $\beta = -1$  /7. ábra/

Tekintsük ugyanis a (9) összefüggésben kapott  $x_0 = h + \frac{1}{\mu}$  egyenlőséget. Mivel  $\mu = \mu(h) = C \cdot h^\beta$  , így

$$x_0 = h + \frac{1}{\mu} = h + \frac{1}{C} \cdot h^{-\beta} , \text{ ahonnan}$$

(12)

$$\frac{x_0}{h} = 1 + \frac{1}{C} \cdot h^{-(1+\beta)} \text{ adódik.}$$

Itt a  $0 \leq \frac{x_0}{h} \leq 1$  viszonyszám megadja az inflexiós pont mélységének a karsztos mélyedés maximális mélységéhez való arányát. Vizsgáljuk meg ennek az aránynak a változását  $h$  növekedésének függvényében!

Ha  $-1 < \beta < 0$  , akkor  $\frac{x_0}{h}$  növekszik; ha  $\beta < -1$  , akkor  $\frac{x_0}{h}$  csökken; végül ha  $\beta = -1$  , akkor  $\frac{x_0}{h} = 1 + \frac{1}{C}$  konstans érték.

Ha  $\frac{x_0}{h}$  növekszik, akkor az  $\mathcal{J}$  inflexiós pont  $h$  értékéhez viszonyítva egyre mélyebbre kerül, azaz befelé vándorol, ami megfelel a karsztos mélyedés viznyelős forma felé tendálásának. Ha  $\frac{x_0}{h}$  csökken, akkor  $\mathcal{J}$  inflexiós pont  $h$  értékéhez viszonyítva egyre magasabbra kerül, azaz kifelé vándorol, ami megfelel a karsztos mélyedés töbör /dolina/ forma felé tendálásnak /8. ábra/. Megállapíthatjuk tehát, hogy a  $\beta < 0$  paraméter értéke írja le, hogy a szóbanforgó terület karsztos mélyedései jelenleg a dolina

vagy a víznyelő típusú határhelyzet felé fejlődnek.

Az  $\frac{x_0}{h}$  viszony  $h$  szerinti differenciálhányadosának, vagyis

a

$$\frac{d\left(\frac{x_0}{h}\right)}{dh} = - \frac{1+\alpha}{C} \cdot h^{-(2+\alpha)}$$

függvénynek  $\bar{h}$  helyen felvett értéke a dolina, illetve víznyelő típus felé való tendálás ütemét fejezi ki, így e mennyiséget a /dolina jelleg, illetve víznyelő jelleg felé való/  
ambl a vizsgált terület karsztos mélyedései mélységének átlaga. fejlődés sebességének nevezhetjük, Jelenlegi fejlődési sebességük szerint a különböző karsztos területek összehasonlíthatók, s fejlődési sebességük sorba állítható.

##### 5. A kapott függvény és a karsztos formakincs viszonya:

A függvényalak  $\lambda$  és  $\mu$  paraméterei minden területen mások és mások. Tehát számszerű értékük jól jellemzi egy-egy területnek a formakincsét.

Ha az egyes karsztos mélyedésekre jellemző  $\mu$  értéket vizsgáljuk a mélység, valamint a mélyedések horizontális kiterjedésének  $\lambda$  függvényében, akkor azt tapasztaljuk, hogy a  $\mu$  mindkét érték változásától függ /6, 9. ábrák/. Ennek alapján kijelenthető, hogy a karsztosodás mennyiségi fejlettsége és a  $\mu$  értéke között kapcsolat van: minél nagyobb a  $\mu$  értéke a terület annál karsztosodottabb.

Ennek alapján a mintaterületek felhasználásával nemcsak a formakincset leíró függvény általános alakját kapjuk meg, hanem az egyes területekhez tartozó konkrét függvényalakot is /ezek  $\mu$  értékei összehasonlíthatók/, így azok karsztosodottsága is összehasonlítható lesz.

Már ennek megtörténte előtt elmondható általánosságban, hogy ahol a  $\mu$  értéke nagy, ott a mélyedések nagyméretűek. /Ahol a  $\mu$  érték kicsi, ott vagy a mélyedésszám kicsi, vagy a mélyedések kisméretűek./ A  $\mu$  érték csökkenése azt jelzi /több területet sorba vizsgálva/, hogy a mélyedéseknek vagy a száma, vagy a mérete csökken.

Ha a mélyedésszám állandó a  $\mu$  paraméter csökkenése első-sorban a mélységcsökkenés miatt következik be /a mélyedések el-lankásodnak/.

Általában megfogalmazható, azonos mélyedésszám esetén kisebb  $\mu$  értékeknél sekélyebb mélyedések jellemeznek valamely területet. Ha a mélyedések horizontális kiterjedése gyorsabb ütemben csökken, mint a mélységük, akkor ennek valamilyen genetikai okát kell feltételeznünk és keresnünk.

### III. A mintaterületek jellemzése:

A térképek elkészítéséhez szükséges műszeres felvételezések eddig még csak a Bakony-hegységben végeztünk. Részenben a terület közelsége miatt, részben azért, mert itt egyéb más olyan adatgyűjtést is folytattunk, amelyekhez részletes térképekre is szükség van.

A hegység karsztterületeiből 8 kisebb-nagyobb területet /továbbiakban mintaterület/ térképeztünk fel /10.ábra/. Hozzá-téve, hogy bár a karsztosodó területeknek ezek csak kis hányadát teszik ki, igyekeztünk kiválasztani azokat, amelyek a

hegység karsztosodását legjobban reprezentálják. Figyelembe vettük azt is, hogy a különböző változatok lehetőleg képviselve legyenek.

A térképezés során morfológiai szempontból homogénnek, egységesnek minősíthető területet egyetlen egységnek tekintettünk és teljes egészében feldolgoztuk /a különböző értékű szintvonalak által körülhatárolt területek meghatározása/. Különállónak tekintettünk két morfológiailag azonos területet akkor azonban, ha azok távolabb estek egymástól, ill. középük nem karsztosodó térszin ékelődött. /Homód-árok Észak, ill. Homód-árok B jelű területek/ Külön egységeknek tekintettünk két karsztterületet viszont, ha azok morfológiai szempontból nem azonos kifejlődésűek és a különböző kifejlődésű területrészek jól elkülöníthetők egymástól /Mester-Hajag A, ill. Mester-Hajag B jelű területek/.

Ahhoz, hogy a matematikai feldolgozás során az egyes területekről kapott mennyiségi /függvény/ értékeket, ill. azok egymáshoz képesti eltéréseit értékelni tudjuk a mintaterületek földtani morfológiai jellemzőire is szükséges kitérni /I. táblázat/, amelyek az alábbiakban foglalhatók össze.

a. A Bakony-hegységben a karsztosodás egymástól sziget-szerűen elkülönülő, általában tetőhelyzetű, laza anyagokkal fedett térszineken folyik [1]. Ezek a laza anyagok általában 0,5-3 m. közötti vastagságú, áthalmozott, dekalcifi-

kált, különböző agyagtartalmu löszök.

b. A karsztos formák kisméretűek, számuk nem nagy a karsztosodó területeken is viszonylag ritkán fordulnak elő. Formakincsüket tekintve gyakran ikresen összetettek, vagy megnyúltak, aljzatukon esetenként 1-2 db kisebb, zárt mélyedés fejlődött ki.

c. A mélyedések zöme töbör, mintegy harmada /a hegységben eddig általunk megvizsgált területeken/ vizelvezető járatel rendelkező viznyelő töbör [2]. A viznyelő töböröknek önálló vizgyűjtő területük nincs. Korábbi vizsgálataink alapján [2] azonban az valószínűsíthető, hogy környezetük löszös agyagosodó térszineiről elegendő vizet kapnak ahhoz, hogy viznyelőként funkcionáljanak /vizelvezető járat/. Az önálló vizgyűjtőterület hiánya, ill. az itteni speciális kőzettani viszonyok miatt /löss/ viznyelő stádiumba csak ritkán juthatnak el, továbbá járataik nem eróziósan, hanem csak korróziósan fejlődhetnek.

A fentiek miatt a viznyelők száma nem jelentős, elsősorban Kab-hegyen fordulnak elő, ahol a határoló bazalttakarón kialakuló vízrendszerek hatására vakvölgyekké is fejlődhetnek.

d. A hegységben igen gyakran Középső-Kréta mészkövekből felépített térszinek karsztosodnak. Az ilyen térszineken többnyire akkor alakul ki a karsztos formakincs, ha a térszint mészkőkiemelkedések tagolják, megnehezítve ezzel a felszíni vizek lefolyását. Ilyen területek a Mester-Hajag A,

a Mester-Hajag B, Égett-hegy és a Fehérkő-árok jelű területek.

A lefolyástalanság leginkább a Mester-Hajag A jelű területen fejlődött ki, ahol a kiemelkedések között hosszukás alakú jelentős nagyságú, esetenként teljesen lefolyástalan, laza anyagokkal /lész/ több m. vastagságban feltöltött térszinek helyezkednek el.

A Mester-Hajag B jelű területen a kiemelkedések közötti, laza anyaggal elfedett térszinek szabálytalan alakúak. E két fentebb említett területen a laza anyagokkal fedett térszinek karsztosodnak, esetenként azonban e térszinek olyannyira zárt formát alkotnak, hogy célszerűnek látszott az ilyen területeket is a feldolgozásba belevonni. Ezek minden bizonnyal ma már nem aktiv fejlődő /fosszilis/, így a mintaterületek függvényének megadásánál ezeket nem vettük figyelembe, viszont a II. táblázatban megadtuk függvényüket.

Égett-hegyen a kiemelkedéssorok közötti hosszukás rossz lefolyású /mederhez hasonló/, laza anyaggal csak kevésbé feltöltött térszinek karsztosodnak. Itt egyetlen fosszilisnek minősíthető zárt mélyedés található.

Fehérkő-árok térségében a kiemelkedések által határolt lejtős térszin, ill. egy kisebb völgytalp mutat recens karsztosodást.

A két Homód-árki karsztos területen alig lejtő, tagolatlan, sík térszinen alakultak ki a karsztos mélyedések.



A Ménesakol-árok területén egy vakvölgyes rendszer számos kisebb-nagyobb önmagában is összetett karsztos mélyedésre különül. Az itt kapott függvényalak annak a területnek a karsztosodottságát írja le, amelyet a vakvölgy elfoglal.

#### IV. Az eredmények alkalmazása:

Az előzőkben a mintaterületekről nyert adatok segítségével függvénykapcsolatokhoz jutottunk.

Nézzük a továbbiakban, hogy a mintaterületekről kapott számszerű adatok birtokában a területek földtani, morfológiai jellemzőinek felhasználásával milyen újabb információkhoz juthatunk.

##### 1. A mintaterületek mennyiségi karsztosodottságának összehasonlítása:

Korábban arra az eredményre jutottunk, a  $\mu$  paraméter kifejezi egy terület mennyiségi karsztosodottságát. A  $\mu$  paraméter felhasználásával a karsztos területek karsztosodottsága összehasonlítható, ill. egyértelműen rangsorolható. Mennyiségi karsztosodottságuk alapján a mintaterületek között az alábbi sorrend állítható fel:

Ménesakol-árok jelű terület > Homód-árok Észak jelű terület > Homód-árok Dél jelű terület > Mester-Hajag A jelű terület > Égett-hegy jelű terület > Fehérkő-árok jelű terület > Mester-Hajag B. jelű terület > Mester-Hajag D jelű terület /1. táblázat/.

Az 1. táblázatból kitűnik, hogy a  $\mu$  paraméter érté-

ke függ a karsztosodó terület lejtésétől. Minél kisebb a lejtés, annál nagyobb a  $\mu$ . Feltehetően azért, mert így több csapadék képes elszivárogni. Látható azonban az is, hogy a közel egyforma lejtésű területek eltérő  $\mu$  paraméterűek. Tehát a  $\mu$  paraméter értékének alakulását más tényezők is befolyásolják.

Az 1. táblázatból megállapítható, hogy a  $\mu$  paraméter az eocén kora mészkövekből felépített karsztos területeken nagyobb, mint a kréta kora mészkövekből felépített karsztos területeken. Ismert azonban, hogy a paleozoós kora mészkövekig a kőzetek korának növekedésével a karsztosodás mértéke nő,<sup>[3]</sup> mivel minél idősebb egy mészkő, a repedésszáma és így vízvezető képessége annál nagyobb<sup>[4]</sup>.

Anélkül, hogy a minta -területeken megvizsgáltuk volna a tektonikai viszonyokat megállapítható, hogy itt a várakozással ellentétesen a fiatalabb mészkövekből felépített területeken a karsztosodottság nagyobb /1. táblázat/.

Az ok kiderítése érdekében vizsgáljuk meg ezért közelebbről a három eocén mészkőből felépített karsztosodó területet.

A Ménesakol-árok esetében ez a "karsztosodottsági anomália" könnyen magyarázható, tekintettel arra, hogy ez a terület alloggén karsztnak minősíthető. Ez a karszttípus ugyanis a nem karsztos területekről bőven kap vizet<sup>[5]</sup>, ami kellően magyarázza e terület nagymértékű karsztosodottságát.

A két Homód-árki terület esetében két lehetőség is adódik a jelentős karsztosodottságra magyarázatként.

a. Itt a karsztosodás korábban elkezdődött, mint a többi, kréta kora mészkövekből felépített területen. Ezt alátámasztják az itt elvégzett más irányú és jellegű vizsgálatok<sup>[6]</sup>. Továbbá ezt valószínűsíti egy, a későbbiek során adódó közvetett bizonyíték is.

b. Itt az eocén kora mészkő agyagos, ill. márgés kifejlődésbe megy át<sup>[7]</sup>. A szennyezett mészkövek viszont kevésbé állékonyak<sup>[4]</sup>. Így e területeken tapasztalt jelentős  $\mu$  értéket az erőteljes beszakadozással is kapcsolatba lehet hozni.

Ez esetben viszont a karsztos mélyedések kialakulásánál a klasszikus töbör keletkezési elméletet - a beszakadozásos töbör kialakulást - sem lehet elvetni, legalábbis a vizsgálatba vont mintaterületeken. Ezt a genetikát egyébként más irányú vizsgálataink is valószínűsítik a Bakony-hegységben<sup>[1]</sup>.

Ugy gondoljuk, hogy a felsoroltak közül elégséges adat hiányában egyik lehetőség sem vethető el, vagy fogadható el kizárólagosan.

Valószínűleg a kréta kora mészköves területek eltérő karsztosodottsága mögött is megtalálható a geomorfológiai ok. A Mester-Hajag A jelű területen - a már korábban leírtaknak megfelelően - szivároghat el a legtöbb víz koncentráltan /számottevő kiterjedésű rossz lefolyású térszinek, amelyek laza anyaggal vastagon elborítottak/. A Mester-Hajag B jelű területen kevés víz szivároghat el /a rossz lefolyású tér-

szinek kisméretűek és laza anyaggal csekély mértékben borítottak el/.

A Mester-Hajag D területen egy igen kis vízgyűjtő területtel rendelkező meder karsztosodik, ahol ráadásul a karsztformák formakincsük alapján még fejlődésük kezdetén vannak.

2. A mintaterületek minőségi jellegű karsztosodottságának összehasonlítása:

A  $h \mapsto \mu(h)$  függvény vizsgálata alapján /7. ábra/ megállapítható, hogy egy karsztos terület formái, függetlenül a karsztos mélyedések méretétől, milyen irányba fejlődnek: a töbrő, vagy a viznyelős formakincs felé. Megállapítható az is, hogy ennek a fejlődésnek mekkora a sebessége.

Az itt bemutatott mintaterületeken a fejlődés a viznyelős jelleg felé tendál. Ez teljesen összhangban van azzal a tapasztalati ténnyel, hogy a vízelvezetős járatok aránya ezeken a területeken 30 %-a az összes karsztos mélyedésnek. Ez nem természetes, mert a karsztterületeken szinte kizárólag a töbrős formakincs a jellemző /autogén típusu karszt/, viznyelők csak a karsztok peremén fejlődnek ki, ha a határoló nem karsztos térszinekről a karsztra a felszínen lefolyó vizek kerülnek /allogén típusu karszt/.

Az erőteljesen kifejlődött viznyelős jellegű morfológia oka a lösz jelenléte: a kialakuló mélyedés környezetéből a vizek a mélyedésbe áramlanak, ami a lösz fokozatosan vályogositja. Így a lösz egyre vizzáróbb lesz, ami egyre több víz-

további növekedését, ami viszont nek a mélyedésbe áramlását segíti elő. Ez a mélyedés a lösz további vályogosodását okozva egy egyre jobban kifejlődő víznyelős funkciót eredményez.

A továbbiakban az is megállapítható, hogy a különböző mintaterületek különböző sebességgel fejlődnek a víznyelős funkciójú formakincs felé. Sajnos a mintaterületek közül néhánynál olyan kevés a karsztos mélyedés vagy csak kevésnél számítható a  $\mu$  paraméter, hogy ezeknél a fejlődési sebesség számítása nem végezhető el megbízhatóan /II. táblázat/.

A víznyelős jelleg felé tendálás négy karsztos területen különböző, köztük a sorrend a következő: /a fosszilis mélyedésektől itt eltekintettünk, tekintve, hogy ezek nem fejlődő formák/ Mester-Hajag B jelű terület > Mester-Hajag A jelű terület > Égett-hegy jelű terület > Homód-árok jelű terület.

Ha összevetjük ezt a sorrendet a mennyiségi karsztosodottsági sorral, akkor az a meglepő eredmény adódik, hogy minél jobban kifejlődtek a mintaterületeken a karsztos formák méretben, annál lassabb a fejlődésük a víznyelős jelleg felé.

Mielőtt ezen jelenség okát vagy okait megkísérelnénk felvázolni, meg kell említeni, hogy a fejlődési sebességből adódó rangsor nem pontosan inverze a mintaterületek mennyiségi karsztosodottsági rangsorának. A Mester-Hajag A jelű terület fejlődése gyorsabb, mint az Égett-hegy jelű területé, holott az inverzitást elfogadva ennek fordítva kellene lennie.

Ennek egyik lehetséges oka, hogy az előző területen a kialakuló mélyedések sokkal több vizet kapnak a már korábban kifejtett morfológiai sajátosságok miatt, mint az utóbbi területen.

Az inverzió oka, hogy a mennyiségi szempontból fejlettebb formakincsű területek a víznyelő jellegű fejlődés "lecsengő szakaszába" kerültek. /Ezt a jelenséget több tényező is kiválthatja, azonban megfelelő adatok híján nem választható ki a jelenségért ténylegesen felelős. Előfordulhat az is, hogy e tényezők együttesen alakítják ki e fejlődési rangsort./ Ezek a tényezők az alábbiak lehetnek:

a. A víznyelő jelleg felé fejlődés egyforma sebességű. Ekkor azonban a bemutatott sorrend a területek kezdeti karsztosodásának relatív korát jelenti. Ezt megerősíti amint azt már korábban is irtuk, hogy a Homód-árok területén relative korábban kezdődött el a karsztosodás, mint a többi mintaterületen.

b. A víznyelő jelleg felé fejlődés nem egyforma sebességű.

- A kiváltó tényezők eltérő fejlődési sebességet eredményeznek. /Különösen a karsztosodás kezdeti stádiumában, majd a folyamat előrehaladásával e sebességkülönbségek csökkennek./ Ezt sejteti az a tény, hogy a Meester-Hajag A jelű terület fejlődési sebessége nagyobb, mint az Égett-h. jelű területé /holott ennek fordítva kellene lennie/. Mindkét területen a karsztosodás kezdeti stádiumában van.

- A mélyedések mennyiségi növekedése csökkenti annak a valószínűségét, hogy azok víznyelővé fejlődjenek.

Valószínű, hogy fedett karsztokon a karsztos formák viznyelővé alakulása egy egyre inkább lelassuló folyamat. Eddigi tapasztalataink szerint <sup>(a fejlődés)</sup> egy határformához tart. Ugyanis a fejlődés kezdetén a lösz az ilyen irányú fejlődést elősegíti, később azonban nem, sőt a fejlődést gátolja /könnyen lepusztul, így a mélyedések elvesztik vizgyűjtő területüket, ill. az anyag a mélyedéseket feltölti/.

Ezek a vizsgálatok számos olyan problémát is felvetettek, amelyekre itt nem tudunk kitérni.

A jövőben az itt felvázoltakat kívánjuk tovább finomítani, valamint a le nem zárt problémákra is választ keresünk.

I R O D A L O M

- [ 1 ] VERESS M.: Adatok a Hárskúti-fennsík karszt-  
morfológiájához. - Karszt és Barlang 1983.  
p. 71-82.
- [ 2 ] VERESS M.: Eltérő magasságu tönkfelszinek karsztoso-  
dásának kérdései az Északi-Bakony keleti  
részén. - A Bakonyi Természettudományi  
Múzeum Közl. 1983. p. 65-80.
- [ 3 ] CAYEAUX L. Roches, Carbonates, Calcaires et Dolomites.  
Paris, 1935.
- [ 4 ] JAKUCS L.: A karsztok morfogenetikája. - Akadémia  
Kiadó, Bp. 1971.
- [ 5 ] JAKUCS L.: Adatok az Aggteleki-hegység és barlangjai-  
nak morfogenetikájához. - Földr. Közl. 1956.  
p. 25-38.
- [ 6 ] FUTÓ J.: A Homód-árok környékén fekvő víznyelők föld-  
tani vizsgálata és jellemzése. - Kézirat  
/Cholnoky J. BKCs. 1982. Évi Jel./ 1982. p. 25-31
- [ 7 ] NOSZKY J. et. al.: A Bakony-hegység északi részének  
földtani térképei - MÁFI évkönyv. 1957.  
XLVI. köt. 3 zárófüzet



### Ábrajegyzék

1. ábra: Karsztos mélyedések redukált 0 szintbe való transzformálása alkalmas függőleges eltolásokkal  
Jelmagyarázat: 1. karsztos mélyedések közötti térszin, 2. karsztos mélyedés, 3. szintvonalak által körülhatárolt terület oldalnézetben, 4. szerkesztővonal
2. ábra: Az  $x_i$  és a  $T/x_i$  mennyiségek közötti kapcsolat ábrázolása egy konkrét felmérés alapján /Homód-árok Észak jelű terület/
3. ábra: Azonos  $\lambda$  és különböző  $\mu$  paraméterű területek összehasonlítása függvényük alapján
4. ábra: Egy karsztos mélyedés ideális forgásszimmetrikus mélyedéssé transzformálva
5. ábra: Egy ideális karsztos mélyedés karakteresztikus függvénye  
Jelmagyarázat: 1. az ideális karsztos mélyedés karakteresztikus függvény görbéje, 2. a  $0 \leq x \leq x_0$  intervallumban megközelítő exponenciális függvény görbéje, 3. a közelítő lezáró paraboláiv görbéje

6. ábra: A  $\mu$  paraméter függése a h mélységtől az összes vizsgált karsztos mélyedés figyelembevételével  
Jelmagyarázat: 1. Mester-Hajag /A,B/ jelű terület, 2. Homód-árok, 3. Égett-h., 4. Fehérkő-árok
7. ábra: A  $h \rightarrow C \cdot h^\beta$  függvény három alaptipusa a  $\beta$  értékének osztályozása szerint
8. ábra: A dolina és viznyelő határtípus felé történő tendálás szemléltetése  
Jelmagyarázat: 1. viznyelő határhelyzet felé tendálás, 2. dolina határhelyzet felé tendálás
9. ábra: A  $\mu$  paraméter függése a  $\lambda$  paramétertől  
Jelmagyarázat: 1. Mester-Hajag /A,B/ jelű terület, 2. Homód-árok, 3. Égett-h., 4. Fehérkőárok
10. ábra: Áttekintő térkép a Bakony-hegységben feltérképezett mintaterületekről  
Jelmagyarázat: 1. hegység határa, 2. vízfolyás, 3. hegycsúcs, 4. település, 5. mintaterület /részletesen térképezett és feldolgozott/, 6. Égett-hegy jelű terület, 7. Mester-Hajag D jelű terület, 8. Mester-Hajag A jelű terület, 9. Mester-Hajag B jelű terület, 10. Fehérkő-árok jelű terület, 11. Homód-árok Észak jelű terület, 12. Homód-árok Dél jelű terület

11. ábra: Homód-árok Északi jelü terület domborzat-  
rajzi térképe, a redukált 0 szintbe tör-  
tént transzformálás után  
Jelmagyarázat: 1. szintvonal, 2. redukált  
szintvonalak 0,5 m-ként, 3. karsztos mé-  
lyedés azonosítási jele

## I. Táblázat

## A MINTATERÜLETEK FŐBB JELLEMZŐI

Karszt- terület jele	Föld- rajzi előfor- dulása	Térképe- zett terület méret- aránya	mé- lye- dés- sz. /db/	szintkülön- ség /m/	$\mu$ [ $\frac{1}{m}$ ]	$\lambda$ [ $m^2$ ]	földtani jellem- zők [ $\gamma$ ]
Ménes- akol-árok	Kab-h.	1:1000	16	0	0,2819	13100	Középső-Eocén Nummuliteszes mészkö
Homód- árok Észak	Hárs- kúti fennsík	1:500	15	4	0,7529	1350	Középső-Eocén Perforátás márga
Homód-árok Dél	Hárs- kúti fennsík	1:500	6	3	0,7881	847	Középső-Eocén Perforátás márga
Mester- Hajag A /recens mélyedések/	Hajag	1:500	46	48	1,5123	2462	Középső-Kréta, Requiéniás mészkö /Apti/, sok laza anyaggal
Égett-hegy	Hárs- kúti fennsík	1:500	42	41,5	1,765	1840	Középső-Kréta, Táblás mészkö /Albai/, kevés laza anyag
Fehérkő- árok	Hajag	1:250	8	13	1,9672	329	Középső-Kréta, Requiéniás mészkö, a völgytalpon sok laza anyag
Mester-Hajag B /recens mélyedések/	Hajag	1:250	39	12	2,0883	1016	Középső-Kréta, Requiéniás mészkö, Orbitoliszes fol- tokkal /Apti/ kevés laza anyag
Mester-Ha- jag D	Hajag	1:250	11	12	2,3956	276	Középső-Kréta, Requiéniás mészkö

II. Táblázat  
A MINTATERÜLETEK FÜGGVÉNYEKEL JELLEMEZHETŐ KARSZTOS MÉLYEDÉ-  
SEI

Karszt- terület jele	Karszt- objek- tum jele	$\mu$ [ $\frac{A}{m}$ ]	$\lambda$ [ $m^2$ ]	$h$ [ $m$ ]	átmérő [ $m$ ]	$T$ [ $m^2$ ]	morfoló- gia	
Mester- Hajag-B	Mb-9	1,1485	161,0	2,2	22,5	80,4375	o	
	Mb-10	1,9558	47,0	1,1	11,25	51,25	o	
	Mb-13	1,11304	91,0	2,0	12,0	89,5	•	
	Mb-20	1,867	90,0	1,7	12,25	84,5	o	
	Mb-22	3,048	62,0	1,8	7,5	36,3125	o	
M e s t e r H a j a g A	Mb-26	1,4954	14,0	1,3	6,5	14,5	o	
	Mb-37	1,4030	139,0	1,6	3,75	222	o	
	Mb-41	1,3070	450,0	3,1	34,0	455,25	o	
	Mb-51	1,1684	811,0	4,1	61,0	655,5	•	
	Mb-53	1,52	131,0	2,4	16,5	147,5	•	
	Mb-55	1,3026	160	2,9	18,5	147,5	•	
	Mb-56	3,0286	40	1,2	7,0	31,60	•	
	Mb-59	3,9292	120	1,2	12,0	68,3125	•	
	Mb-78	2,9426	26	1,2	6,0	24,5625	o	
	Mb-83	2,3809	348	2,4	39,0	321,125	• F	
Mb-IX	1,4839	744	2,2	59,5	683,5	o F		
H o m ó d á. É s z a k	Ho-1	0,5387	397,0	6,8	25,0	415,5	•	
	Ho-2	0,9560	184,0	4,1	25,5	185,75	•	
	Ho-3	1,3682	807,0	4,3	35,0	643,5	o	
	Ho-4	3,6163	51,0	1,0	8,0	46,5	•	
	Ho-6	2,0806	45,0	1,7	11,0	67,5	o	
	Ho-7	1,2687	69,0	2,6	9,5	60,0	•	
	Ho-8	2,9957	68,0	2,4	10,0	60,0	o	
	Ho-9	3,5346	70,0	1,8	12,0	51,5	•	
	Ho-10	1,0528	138,0	3,2	17,0	118,5	•	
	Ho-11	2,375	44,0	1,6	7,0	39,75	o	
	Ho-13	2,1279	13,0	1,6	4,0	3,25	o	
	Ho-14	2,0199	28,0	2,0	8,5	28,5	•	
	Homód-á. Dél	Ho-16	0,8236	913,0	6,2	49,0	721,5	•
		Eb-2	1,9036	285,0	2,7	21,5	204,75	o
	Eb-12	1,3212	269,0	3,3	27,5	190,5	•	
	Eb-13	1,2442	294,0	3,7	25,5	258,75	o	
	Eb-14	1,9833	62,0	1,5	12,0	60,0	o	
	Eb-16	2,2837	121,0	1,1	17,0	105,5	o	

Karszt-terület jele	Karszt-objektum jele	$-\mu$ [ $\frac{1}{m}$ ]	$\lambda$ [ $m^2$ ]	$h$ [ $m$ ]	átmérő [ $m$ ]	T [ $m^2$ ]	morfológia
	Eb-17	2,4377	111,0	2,5	57,5	944,25	o F
	Eb-18	3,1832	53,0	1,2	11,5	48,25	o
	Eb-22	3,0850	134,0	1,8	21,0	108,25	o
	Eb-26	4,9592	489,0	1,1	30,0	356,25	o
	Eb-39	3,3140	25,0	1,1	5,5	13,75	o
Fehérkő árok	Fb-2	2,882	34,0	1,1	9,0	31,9375	•
	Fb-3	3,8064	42,0	1,1	14,75	36,5625	•
	Fb-4	1,6818	197,0	2,5	17,25	174,562	•
	Fb-6	2,495	49,0	1,7	9,75	41,0625	•
Mester-Hajag D	Mb-93	3,5572	72,0	1,5	13,75	61,375	o
	Mb-95	1,3567	85,0	2,1	14,75	88,625	o

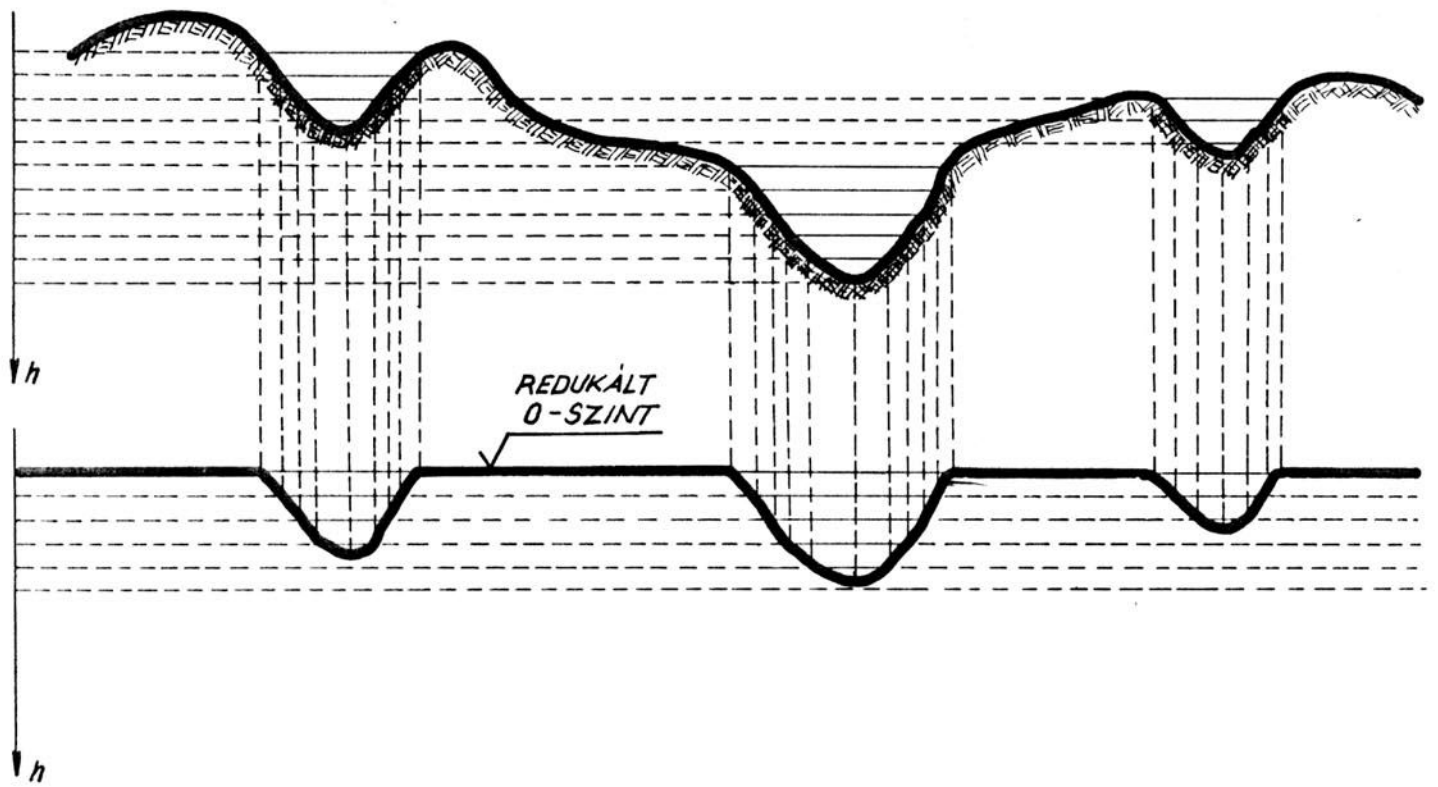
Megjegyzés:

1. karsztos mélyedés mélysége
2. karsztos mélyedést határoló 0 m. szintvonal által körülhatárolt terület

o töbör

• viznyelős töbör

F zárt, fosszilis mélyedés



1



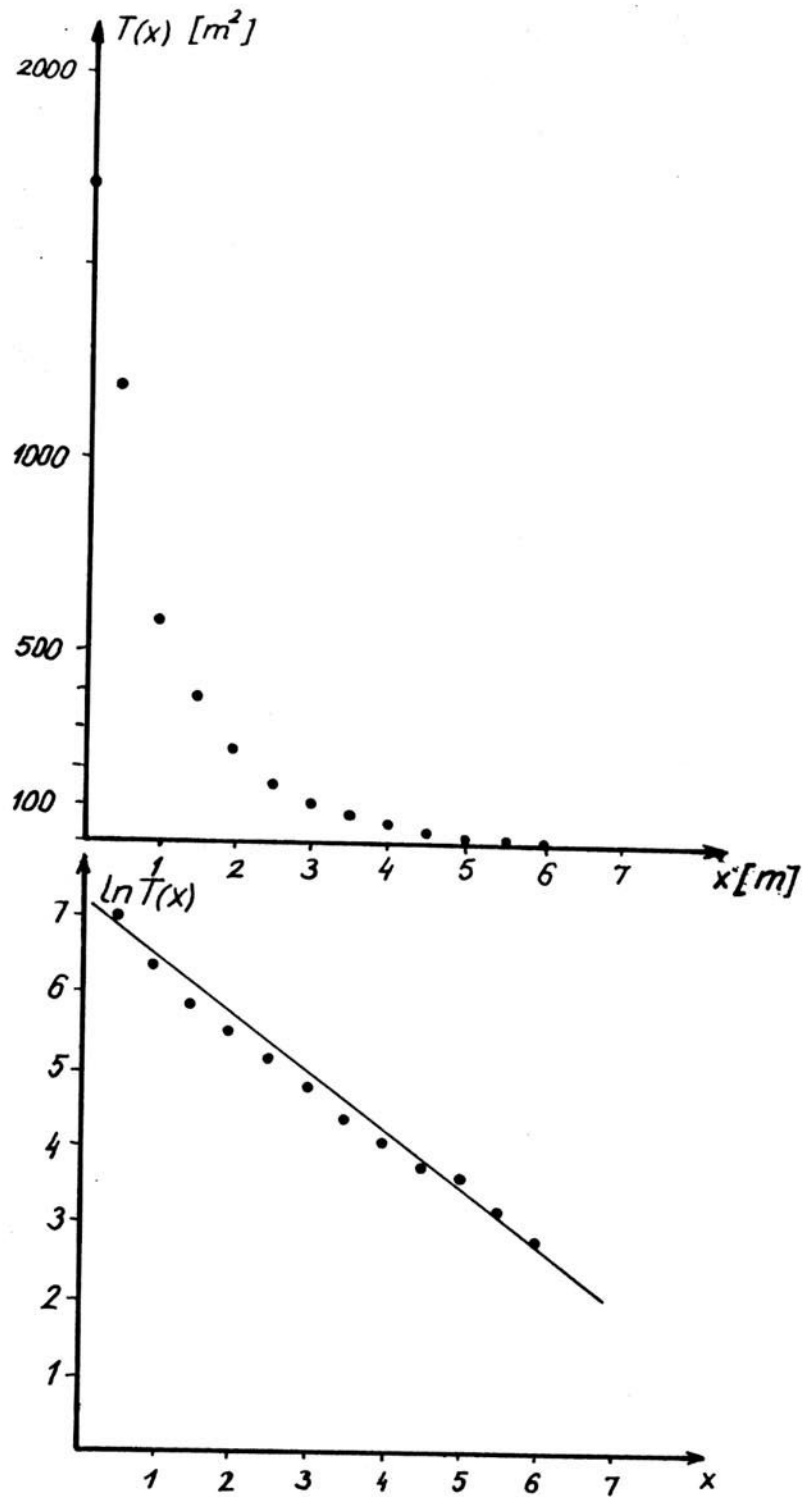
2



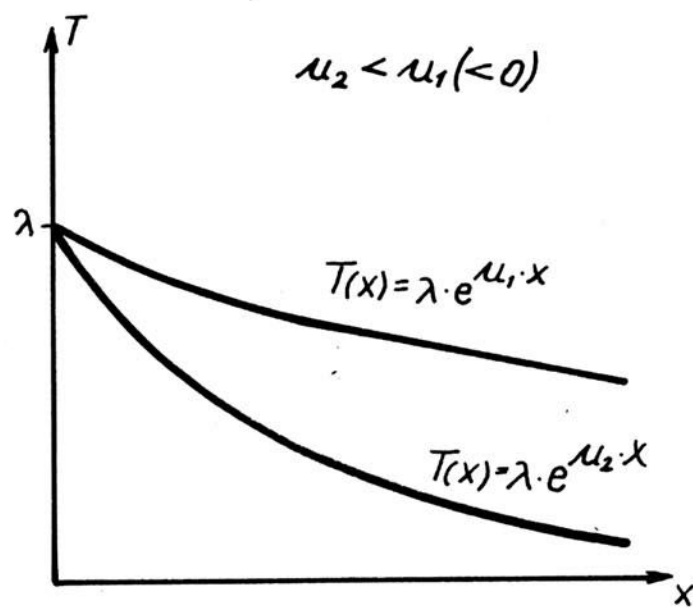
3

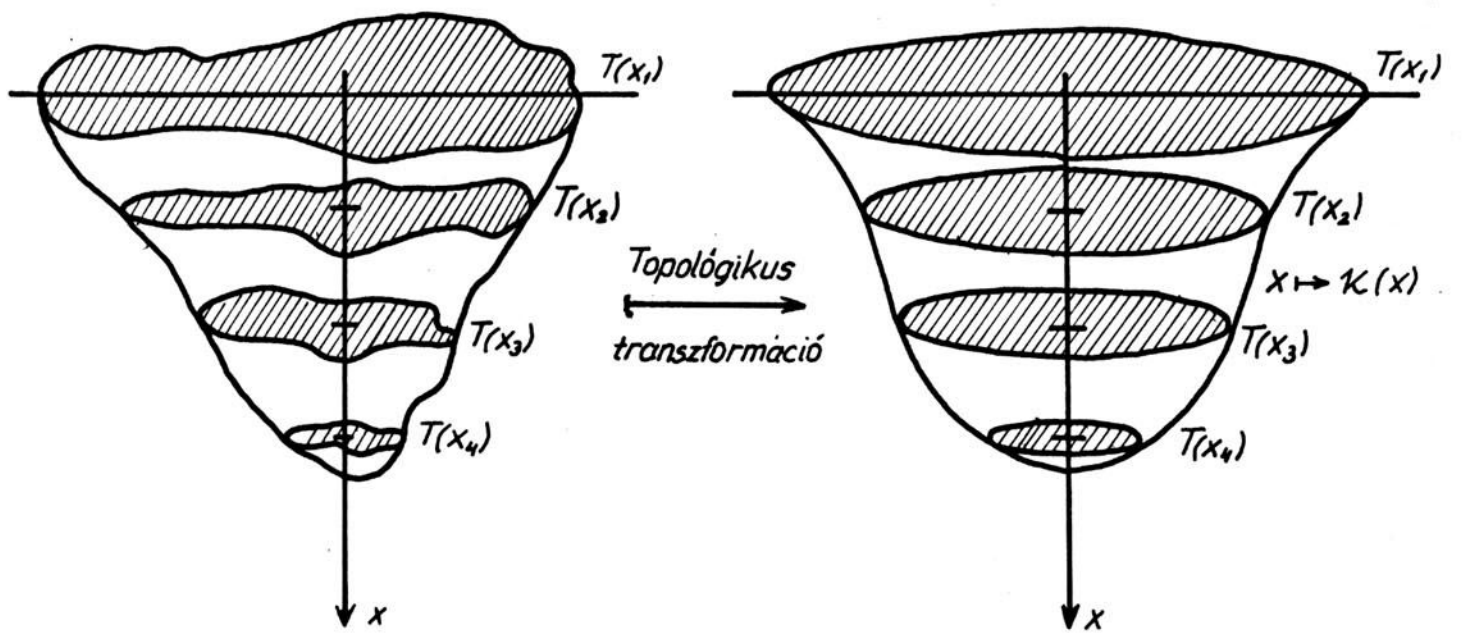


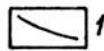
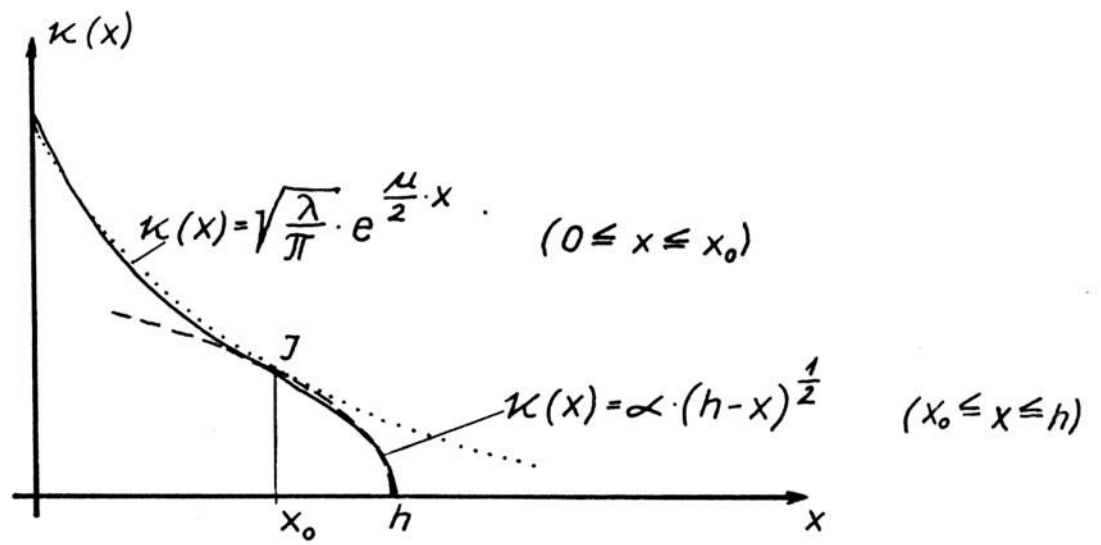
4



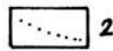








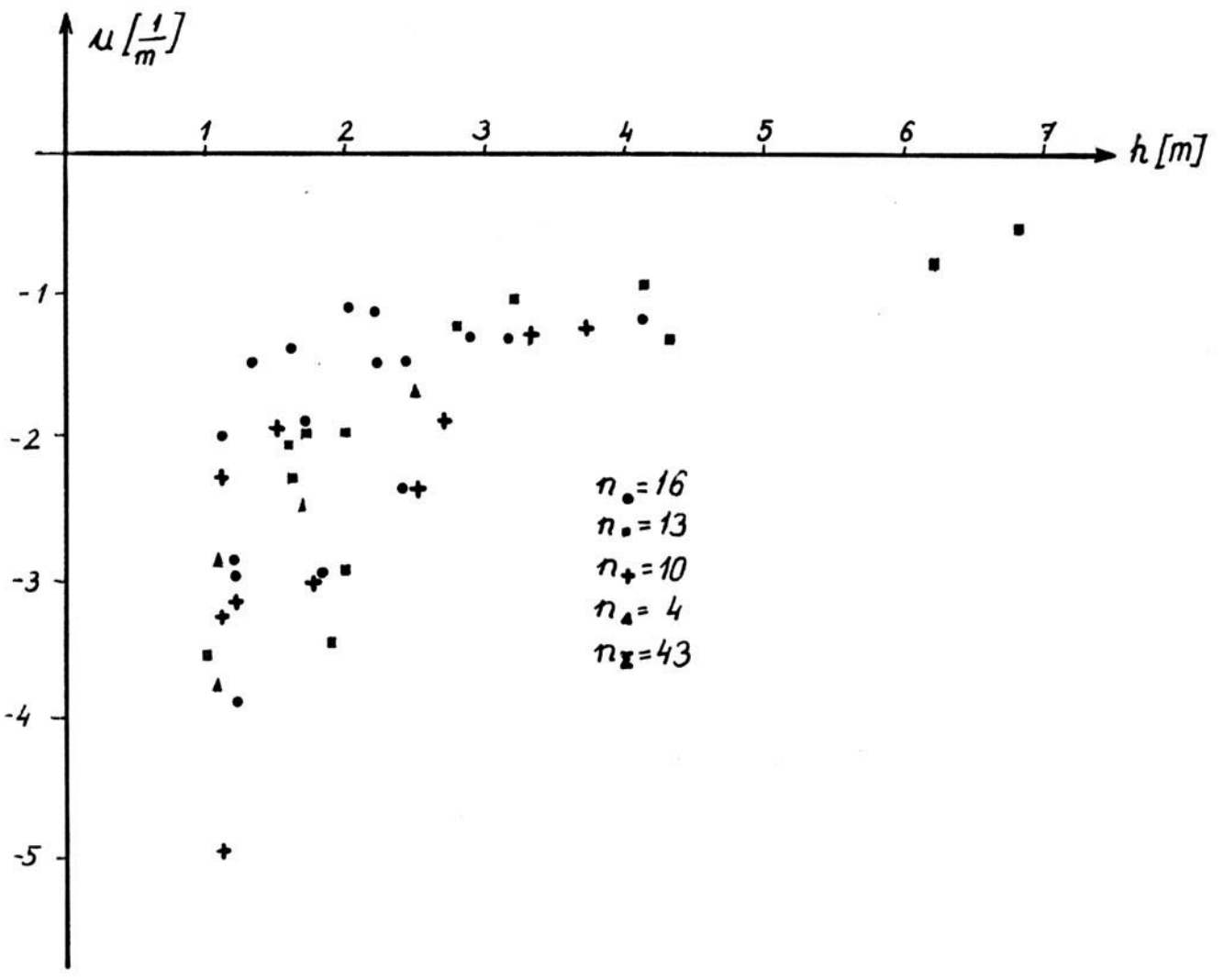
1



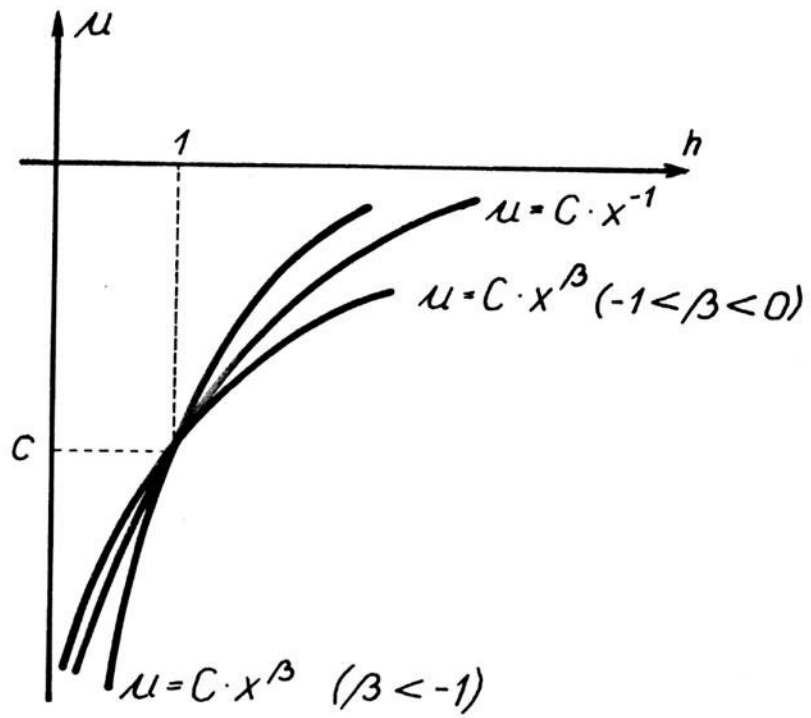
2

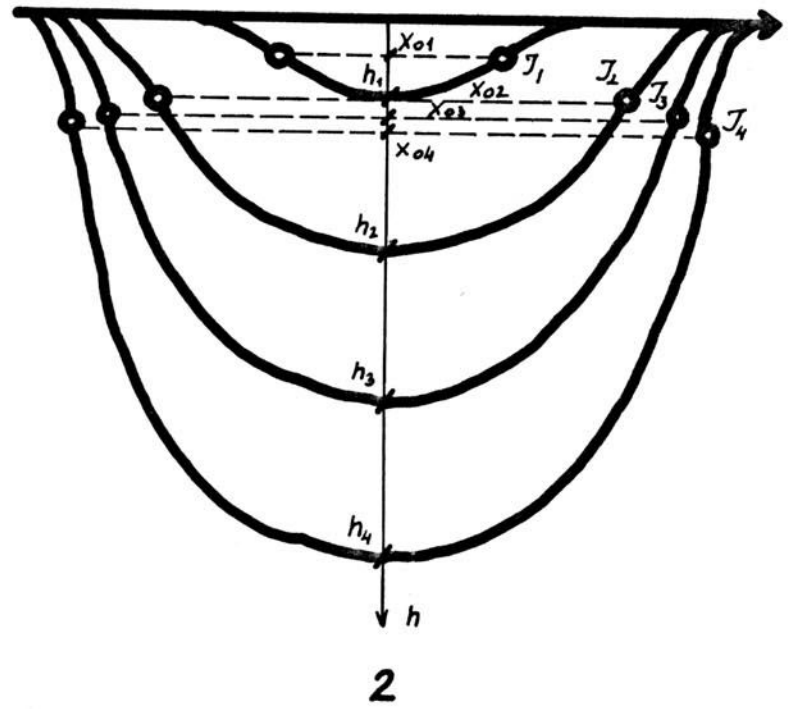
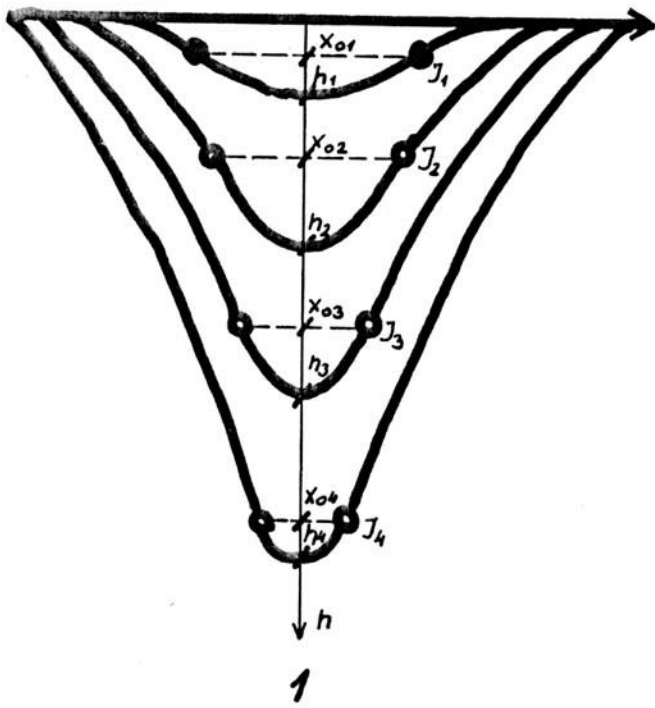


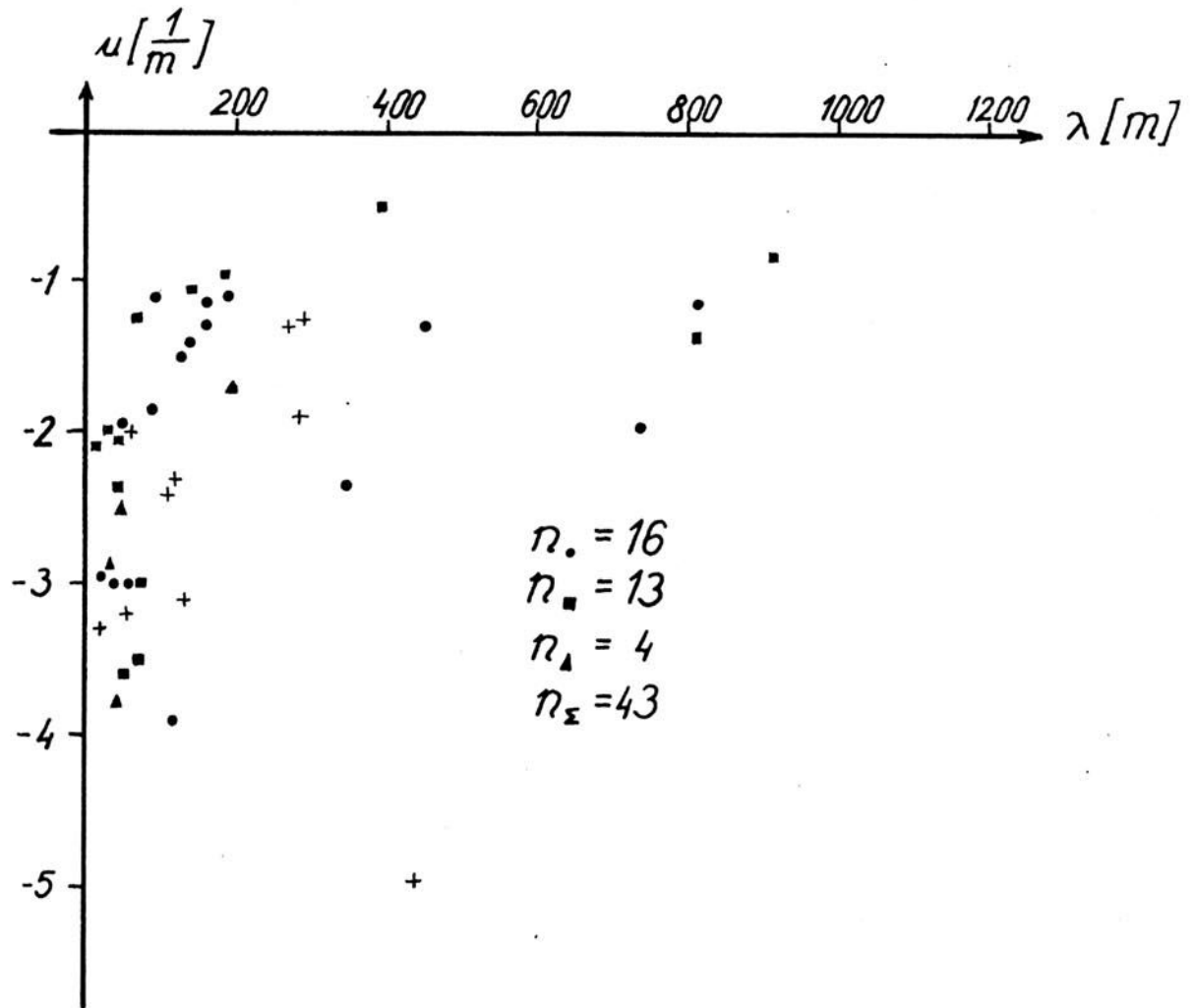
3



- 1
- 2
- + 3
- ▲ 4



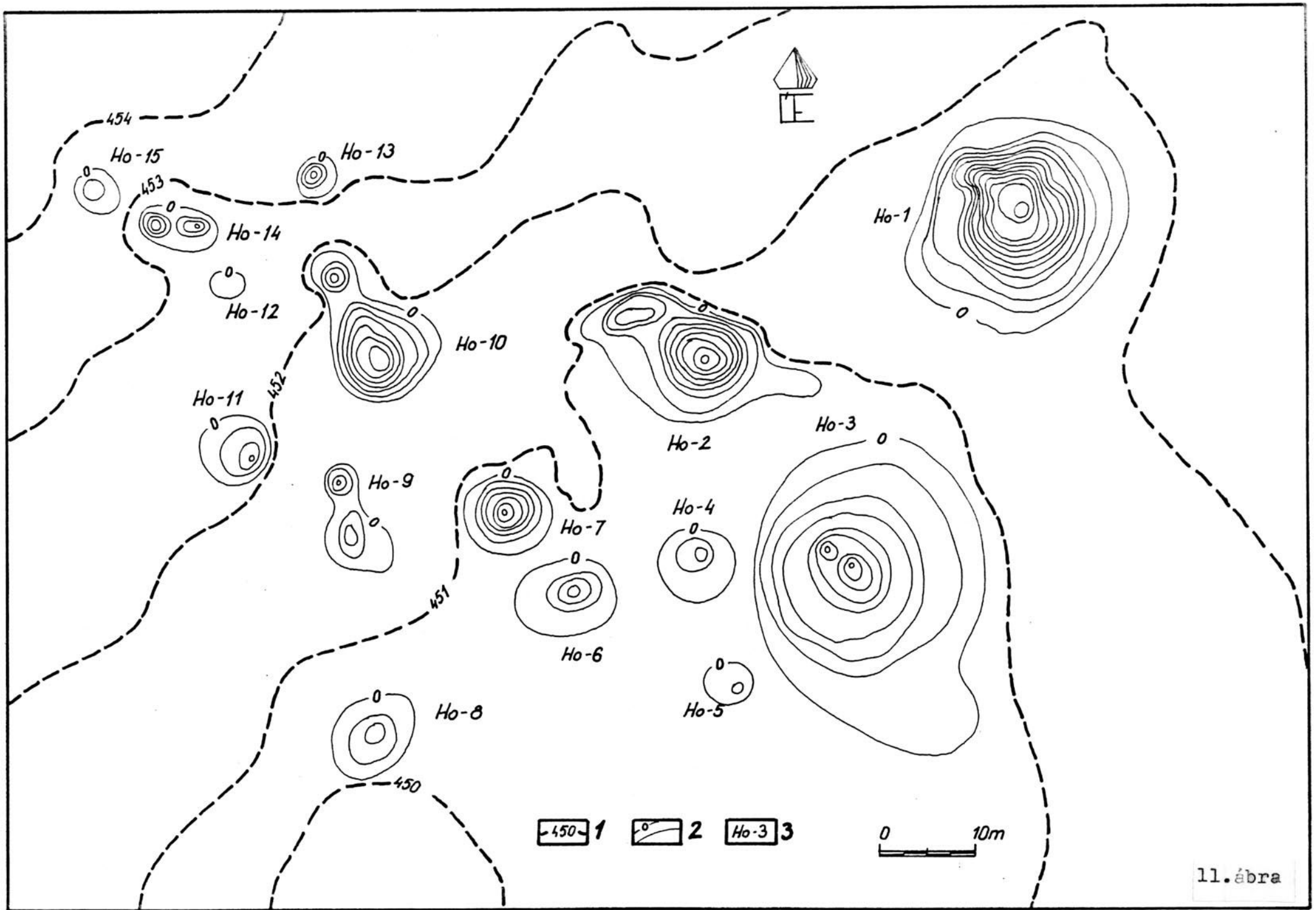






- ..... 1  
 ~~~~~ 2  
 + 3  
 ○ 4  
 ■ 5





11. ábra